Cuerpo de móduli vs cuerpos de definición de funciones racionales

Saúl Quispe*
Departamento de Matemática y Estadśtica
Universidad de La Frontera
Temuco, Chile

Abstract

Sea $\mathrm{Rat}_d(\mathbb{C})$ el espacio de funciones racionales de grado $d \geq 2$. El grupo de transformaciones de Möbius $\mathrm{PGL}_2(\mathbb{C})$ actúa de manera natural sobre el espacio $\mathrm{Rat}_d(\mathbb{C})$ por conjugación; el espacio cociente $M_d = \mathrm{Rat}_d(\mathbb{C})/\mathrm{PGL}_2(\mathbb{C})$ es llamado espacio móduli de funciones racionales de grado d. Milnor probó que M_d tiene una estructura de orbifold complejo de dimensión $2(d-1)$. Denotamos por S_d el lugar singular de M_d (el lugar de puntos sobre los cuales M_d no es una variedad topológica) y por B_d el lugar branch de M_d (las clases de funciones racionales con grupo de automorfismos no trivial). Milnor también notó, al usar las formas simétricas en los multiplicadores de los puntos fijos, que M_2 puede identificarse con $\mathbb{C}^2$ y, dentro de esta identificación Fujimura nota que B_2 corresponde a una curva cubica; así B_2 es conexo y $S_2 \emptyset$. Para $d \geq 3$, Miasnikov, Stout y Williams han observado recientemente que $S_d = B_d$ y, nosotros observamos que B_d es conexo.

Dado un sistema dinámico ξ en M_d (una clase de conjugación de funciones racionales), el cuerpo de móduli (CDM) es un invariante algebraico de ξ. Este cuerpo está contenido en cualquier cuerpo de definición (CDD) de ξ. Debido a Koizumi, el cuerpo de móduli coincide con la intersección de todos los cuerpos de defición de ξ. El problema del cuerpo de móduli versus cuerpos de definición es describir situaciones en las que CDM=CDD, o caracterizar la cantidad en la que difieren. En esta charla presentamos algunos de los avances recientes en el problema CDM vs CDD.

*Partially supported by Project FONDECYT 1220261, e-mail: `saul.quispe@ufrontera.cl`